

2026 年 2 月 4 日実施 酪農学園大学 第 1 期 数学

1. 次の各問いに答えよ。

(1) $\sqrt{3}$ の小数部分を a とするとき, $\frac{(a+1)x + (a-1)y}{a+1} = a-1$ となるような有理数 x, y の値を求めよ。

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき, $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta)}$ の値を求めよ。

(3) $\triangle OAB$ において, 辺 OA を $2:1$ に内分する点を C , 辺 OB を $1:2$ に内分する点を D とし, 線分 AD と線分 BC の交点を P とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき, \overrightarrow{OP} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

(4) 不等式 $(\log_4 x)^2 < \log_4 x^4 + 12$ を解け。

(5) $1, 2, 3, 4, 5, 6$ の整数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。このカードを袋に入れて, よく混ぜてから 3 枚のカードを同時に取り出す。取り出したカードのうち, 一番大きい整数を X とするとき, X の期待値を求めよ。

(6) 次の 2 問のうちどちらか 1 問を選択して解答せよ。解答用紙には選択した問題の番号を記入せよ。

1) 複素数平面上の 2 点 $A(1+2i), B(3-i)$ がある。線分 AB を $2:1$ に内分する点を表す複素数を求めよ。ただし, i は虚数単位とする。

2) 数列 $\{b_n\}$ が $b_1 = 8, b_{n+1} = b_n^3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

2. a は定数とする。座標平面において、直線 $y = ax - 4a \dots$ ① と曲線 $y = |4x - x^2| \dots$ ② が異なる 3 つの共有点をもつ。このとき、①と②で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S とする。次の各問いに答えよ。

(1) ①と②が異なる 3 つの共有点をもつための a の値の範囲を求めよ。

(2) ①と②の共有点の座標を求めよ。

(3) S を a を用いて表せ。

(4) S が最小になるような a の値を求めよ。

3. a は定数とする。次の手順で、 x についての方程式 $|2|x - 1| - 1| = a$ の異なる実数解の個数を調べたい。次の文章中の空欄に式または値を入れよ。

「 $y = |2|x - 1| - 1| \dots$ ①」とする。

[1] $x < 1$ のとき

$$y = \boxed{\quad (1) \quad}$$

1) $x < \boxed{\quad (2) \quad}$ のとき, $y = \boxed{\quad (3) \quad}$

2) $\boxed{\quad (2) \quad}$ と同じ $\leq x < 1$ のとき, $y = \boxed{\quad (4) \quad}$

[2] $x \geq 1$ のとき

$$y = \boxed{\quad (5) \quad}$$

1) $1 \leq x < \boxed{\quad (6) \quad}$ のとき $y = \boxed{\quad (7) \quad}$

2) $x \geq \boxed{\quad (6) \quad}$ と同じ のとき $y = \boxed{\quad (8) \quad}$

与えられた方程式の異なる実数解の個数は、①のグラフと直線 $y = a$ の共有点の個数に等しい。

これを調べると、

$\boxed{\quad (9) \quad}$ のとき 0 個,

$\boxed{\quad (10) \quad}$, $\boxed{\quad (11) \quad}$ のとき 2 個,

$\boxed{\quad (12) \quad}$ のとき 3 個,

$\boxed{\quad (13) \quad}$ のとき 4 個

となる。