

1 次の各分の にあてはまる答えを求めよ。

- (1) $f(x) = 2 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 3$ とし, $2^x = t$ とおく。 $f(x)$ を t で表すと, $f(x) = \text{$ であり, $-4 \leq x \leq 3$ のとき, t のとり得る値の範囲は である。また, $-4 \leq x \leq 3$ のとき, $f(x)$ の最大値は である。
- (2) 複素数 α, β は $\alpha + \beta = -1$, $\alpha\beta = 3$ を満たしている。このとき, $\alpha^2 + \beta^2 = \text{$, $\alpha^3 + \beta^3 = \text{$, $(\alpha^2 + \alpha + 1)^5 = \text{$ である。 $(x^2 + x + 1)^5$ の展開式における x^8 の項の係数は である。
- (3) 2つの袋 A, B があり, A には赤球 3 個と白球 5 個, B には赤球 2 個と白球 6 個が入っている。
 - (i) A, B の袋から球を 1 個ずつ取り出すとき, 取り出した 2 個の玉の色が同じである確率は である。
 - (ii) A の袋から球を 1 個取り出す。その球が赤球であれば B の袋から球を 2 個取り出し, そうでなければ B の袋から球を 3 個取り出す。このとき, B の袋から取り出した球のうち, 少なくとも 1 個が赤球である確率は である。
 - (iii) B の袋の球をすべて A の袋に入れ, A の袋から球を 1 個取り出す。取り出した球が赤球であったとき, その赤球が最初に B の袋に入っていた確率は である。
- (4) 1 辺の長さが 7 の正三角形 ABC がある。正三角形 ABC の面積は である。
 $CD = 3$, $\angle BDC = 60^\circ$ を満たし, 線分 AC と線分 BD が交わるように点 D をとる。
 線分 AC と線分 BD の交点を E とする。このとき, $\angle ADB = \text{$ であり,
 $AD = \text{$ である。また, $AE = \text{$ である。

2 a, b を定数とし, 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ は $x = 3$ で極小値 -23 をとるとする。

- (1) 定数 a, b の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の極大値を求めよ。
- (3) k を定数とし, 方程式 $f(x) = kx$ の異なる実数解の個数が 2 個であるとする。
 このとき, 定数 k の値を求めよ。また, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = kx$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。