日本獣医生命科学大学　2023/2/5実施

$\boxed{1}$ 次の問いのそれぞれの枠に当てはまる数字をマークせよ。

問１　３つの数

$$3\sqrt{3},\ \log_2 30,\ \frac{21}{4}$$

の大小関係を正しく表した式は，次の選択肢の$\boxed{}$である。

① $3\sqrt{3} < \log_2 30 < \frac{21}{4}$　　② $3\sqrt{3} < \frac{21}{4} < \log_2 30$

③ $\log_2 30 < 3\sqrt{3} < \frac{21}{4}$　　④ $\log_2 30 < \frac{21}{4} < 3\sqrt{3}$

⑤ $\frac{21}{4} < 3\sqrt{3} < \log_2 30$　　⑥ $\frac{21}{4} < \log_2 30 < 3\sqrt{3}$

問２　長さ1の線分AB上の点Pに対して

$$y = 4AP^2 + BP^2$$

とする。Pが動くとき，yの最小値は$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$である。

問３　半径１の球に内接する立方体の表面積は$\boxed{}$である。

問４　$0 < x < \frac{\pi}{2}$ とするとき，方程式

$$\sqrt{3}\,sinx - cosx = \sqrt{2}$$

の解は$x = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}\boxed{}}\pi$である。

問５　9人について，所有するゲーム機の台数を調べたら次のようになった。

1　2　4　4　4　5　5　6　7

遅れて調べた１人がa台所有していて，それを追加して10個の数値から成るデータに変えた。その中央値が4.5で最大値が7であるとき，aのとりうる値の範囲は

$\boxed{} \leqq a \leqq \boxed{}$

である。

問６　２つの袋A，Bがあり

袋Aに赤玉3個と白玉2個，袋Bに赤玉2個と白玉1個

が入っている。各袋から玉を1個同時に取り出し，Aから取り出した玉をBに，Bから取り出した玉をAに入れるとき，袋の中の赤玉，白玉の個数に変化がない確率は$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}\boxed{}}$である。

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=x^2-2x$ について，曲線 $y=f(x)$を C とし，C 上の点P $(t, f(t))$ におけるCの接線を l とする。さらに l 上の x座標が $t+1$である点を Q とし，P が動くときの点 Q の軌跡を D とする。次の問い（問1～問3）のそれぞれの枠に当てはまる数字 (0～9)をマークせよ。

問１　l の方程式は $y=\left(\boxed{}\,t-\boxed{}\right)x-t^2$ である。

問２　D の方程式は $y=x^2-\boxed{}\,x-\boxed{}$ である。

問３　C と x 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

C と D の間にあって x 軸の下側にある部分の面積は

$\dfrac{\boxed{}\sqrt{\boxed{}}-\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

$\boxed{3}$ 座標空間において

A(4 , 7 , 6), B(3 , 5 , 6), P($5t$, 4 , $t+9$)

とする。ただし t は実数である。また，直線ABに関して点Pと対称である点をQとする。

次の問い（問1～問3）のそれぞれの枠に当てはまる数字を(0～9）をマークせよ。

問１　直線AB上の点Rを，実数kを用いて$\overrightarrow{\mathrm{AR}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$とおく。

$\overrightarrow{\mathrm{PR}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$であるとき $k=\boxed{}-t$ である。

問２　点Qの座標は

$\left(\boxed{}-\boxed{}t,\ \boxed{}+\boxed{}t,\ \boxed{}-t\right)$ である。

問３　$t=0$のときの P , Q をそれぞれC , D とする。

以下では P，Q が$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\perp\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ を満たす場合を考える。そのとき

$t=\boxed{}$

であり，線分CDの中点をM，線分PQの中点をNとすると

$\mathrm{MN}=\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$

である。四面体CDPQは平面NCDによって2つに分かれ，四面体CDPQ全体の体積をVとするとき

$\mathrm{V}=\dfrac{\boxed{}\boxed{}\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

$\boxed{4}$ a, b を正の整数とする。
以下の各問に答えよ。この問題に関しては答えだけでなく，答えを導く過程も記述すること。

問１　$\dfrac{4a-b}{a^2}=m$とし，mは正の整数であるとする。

(1) b は aの倍数であることを示せ。

(2) $m=1$ のとき，組(a, b)をすべて求めよ。

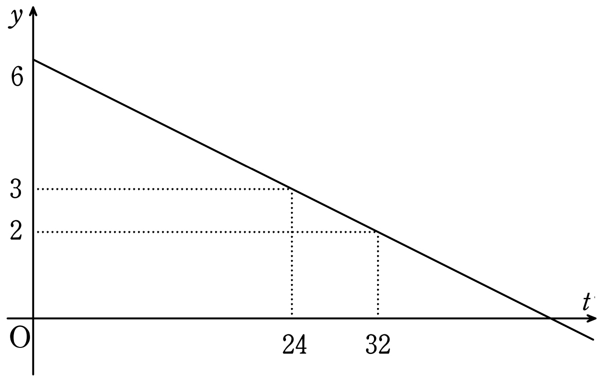
(3) mの取り得る値に注意し，mが１以外の値をとるような組(a, b)をすべて求めよ。

問２　$\dfrac{121a-b}{a^2}$と$\dfrac{121b-a}{b^2}$がともに正の整数であるような組(a, b)の個数を求めよ。

$\boxed{5}$　薬物Aを静脈内に急速投与したとき，投薬後の時刻tにおける薬物Aの血中濃度を$C(t)$とする。$C(t)$は，ある一定の時間T経過後にその値が半分になる。すなわち，Tは任意の実数tに対して

$$C(t+T)=\frac{1}{2}C(t)$$

を満たす定数である。ここで，$y=\log_2 C(t)$ とおいてグラフを描くと，下図のようになった。



以下の各問いに答えよ。この問題に関しては答えだけでなく、答えの過程も記述すること。

問１　グラフに注意して，T を求めよ。

時間が kT (k は正の整数の定数)を経過するごとに，この薬物Ａを１単位静脈内に急速投与することを繰り返す。薬物Ａを１単位投与すると，血中濃度は64だけ増加するものとする。n回投与した直後の血中濃度を a_n とする。また $a_1=64$ とする。

問２　nを正の整数とするとき，等式

$$a_{n+t}=pa_n+q$$

を満たす実数p, q を k を用いて表せ。また，とくに $k=1$ の場合に，a_n を求めよ。

問３　薬物Aについて，副作用を起こさないことが確認されている血中濃度の最大値が 72 であるとする。すべての正の整数nに対して

$$a_n \leqq 72$$

が成り立つような最小の整数 k を求めよ。