$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ。

(1) $\left(a+\dfrac{2}{a}\right)^7$ の展開式における，$a^3$ の項の係数を求めよ。

(2) $\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\pi$ とする。$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，$\cos\theta-\sin\theta$ の値を求めよ。

(3) r，a，k，u，n，o の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，rakuno は何番目にあるか答えよ。

(4) $2^{50}$ は何桁の整数か答えよ。ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする。

(5) 2 つの放物線 $y=2x^2-4x+1$，$y=-x^2-8x+2$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(6) 初項 2，公比 3 の等比数列の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とするとき，$S_{30}-81S_{26}$ を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の 2 問のうちどちらか 1 問を選択して解答せよ。

[1] 確率変数 $X$ は区間 $0\leqq X\leqq 4$ の任意の値をとる。また，$X$ の確率密度関数は $f(x)=-kx^2+4kx$ ($k$ は正の定数) である。次の各問いに答えよ。

(1) $k$ の値を求めよ。

(2) 確率 $P(3\leqq X)$ を求めよ。

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

[2] 平行四辺形 ABCD がある。辺 BC，CD を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ E，F とし，線分 AE，AF と対角線 BD との交点をそれぞれ P，Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{x}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{y}$ とする。次の各問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ をそれぞれ $\vec{x}$，$\vec{y}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ をそれぞれ $\vec{x}$，$\vec{y}$ を用いて表せ。

(3) BP : PQ : QD を求めよ。

$\boxed{3}$ $a$ は定数とする。2 曲線 $C_1$ : $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-2$，$C_2$ : $y=2x^2+a$ が，$x$ 座標が正である点で接している。このとき，

（Ⅰ） 定数 $a$ の値，

（Ⅱ） $C_1$ と $C_2$ で囲まれた図形の面積

を求めたい。次の文章中の空欄 (1) と (2) には選択肢ア～カからそれぞれ一つずつ選び，それ以外の空欄には式または値を入れよ。

『（Ⅰ） 一般に，2 曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ が接するための条件は，1 点を共有し，かつその点における接線の傾きが一致することである。これは，接点の $x$ 座標を $p$ とすると，$f(p)$，$g(p)$，$f'(p)$，$g'(p)$ を用いて次のようにあらわされる。

$\boxed{(1)}$ …① かつ $\boxed{(2)}$ …②

(1) と (2) の選択肢

ア． $f(p)=g'(p)$　　イ． $g(p)=g'(p)$　　ウ． $f(p)=g(p)$

エ． $f'(p)=g(p)$　　オ． $f'(p)=g'(p)$　　カ． $f(p)=f'(p)$

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-2$，$g(x)=2x^2+a$ とすると

$f'(x)=\boxed{(3)}$，$g'(x)=\boxed{(4)}$

となる。

$C_1$，$C_2$ について，①，② は $p$ の方程式として，

$\boxed{(5)}$ …③，　$\boxed{(6)}$ …④

と表される。

④ より，$p>0$ であるから $p=\boxed{(7)}$ が得られる。

このとき ③ より $a=\boxed{(8)}$ となる。

（Ⅱ） $C_1$ と $C_2$ の共有点の $x$ 座標を求める。$f(x)=g(x)$ より，$x$ に関する 3 次方程式が得られる。これを解くと，接点以外の共有点の $x$ 座標は $x=\boxed{(9)}$ となる。

$C_1$ と $C_2$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{(10)}$ となる。』