日本大学 2021 第 1 期

$\boxed{1}$ 【日本大学　2021 年度　第 1 期】大問 1

次の問いに答えなさい。

(1) $x=\dfrac{1}{3+\sqrt{5}}$，$y=\dfrac{1}{3-\sqrt{5}}$ のとき，$x^2+y^2=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(2) 1100 の正の約数は全部で $\boxed{}\boxed{}$ 個ある。

(3) $(x+y)^7$ の展開式における x^3y^4 の項の係数は $\boxed{}\boxed{}$ である。

(4) 実数 x に対して，条件「$|x-2|<1$」は条件「$x^2-5x+6<0$」であるための $\boxed{}$ 。

<解答群>

① 必要条件であるが十分条件ではない　　② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である　　④ 必要条件でも十分条件でもない

(5) 5 個の値 2，5，4，9，x をもつデータの分散が最小になるような x は $\boxed{}$ である。

$\boxed{2}$ 【日本大学　2021 年度　第 1 期】大問 2

次の問いに答えなさい。

(1) 点 $(0,\ -2)$ を通り，x 軸に接する円の中心の軌跡は放物線 $y=-\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}x^3-\boxed{}$ である。

(2) 不等式 $\log_3 x+\log_3(x-2)\leqq 1$ の解は $\boxed{}<x\leqq\boxed{}$ である。

(3) 不等式 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x-10\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-1}+81\leqq 0$ の解は $-\boxed{}\leqq x\leqq -\boxed{}$ である。

(4) 関数 $f(x)$ が等式 $f(x)=3x^2+6x+\displaystyle\int_{-1}^{1}f(t)\,dt$ を満たすとき，$f(x)=3x^2+6x-\boxed{}$ である。

(5) s，t は実数とする。O を原点とする座標平面上に 2 点 $\mathrm{A}(1,\ 1)$，$\mathrm{B}(-1,\ 1)$ がある。点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。s，t が条件 $s+t\leqq 3$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ を満たしながら変わるとき，P の存在範囲の面積は $\boxed{}$ である。

日本大学 2021 第 1 期

$\boxed{3}$ 【日本大学　2021 年度　第 1 期】大問 3

a は実数とする。$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ であるとき，θ の方程式

$$\cos 2\theta - 4a\cos\theta + 6a^2 - 6a + 3 = 0$$

について，次の問いに答えなさい。

(1)　$x = \cos\theta$ とおく。方程式の左辺を x の整式で表すと

$$\boxed{}\,x^2 - \boxed{}\,ax + 6a^2 - 6a + \boxed{}$$

となる。

(2)　$a = \dfrac{2}{3}$ のとき，方程式を満たす θ の個数は全部で $\boxed{}$ 個である。

(3)　方程式を満たす θ がちょうど 4 個あるとき，a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} < a < \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

$\boxed{4}$ 【日本大学　2021 年度　第 1 期】大問 4

O を原点とする座標平面上の曲線 $y = -\dfrac{1}{4}x^2 + 5\ (x \geqq 0)$ を C とし，C 上の点で O との距離が最小になる点を P とする。P における C の接線を ℓ とする。次の問いに答えなさい。

(1)　P の x 座標は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。

(2)　ℓ の方程式は

$$y = -\sqrt{\boxed{}}\,x + \boxed{}$$

である。

(3)　ℓ と y 軸の交点を Q とする。三角形 OPQ の面積を S_1 とし，C と直線 OP と y 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とすると

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

である。

日本大学 2021 第 1 期

$\boxed{5}$ 【日本大学　2021 年度　第 1 期】大問 5

三角形 ABC の頂点を移動する点 P がある。点 P が頂点 A にいるとき，1 秒後に頂点 A にとどまる確率は $\frac{1}{3}$，頂点 B にいる確率は $\frac{1}{3}$，頂点 C にいる確率は $\frac{1}{3}$ とする。点 P が頂点 B にいるとき，1 秒後に頂点 A にいる確率は $\frac{1}{2}$，頂点 C にいる確率は $\frac{1}{2}$ とする。点 P が頂点 C にいるとき，1 秒後に頂点 A にいる確率は $\frac{1}{2}$，頂点 B にいる確率は $\frac{1}{2}$ とする。最初に頂点 A にいた点 P が n 秒後に頂点 A，B にいる確率をそれぞれ a_n，b_n とする。ただし，$n \geqq 1$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) $$a_1 = b_1 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}},\quad a_2 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}},\quad b_2 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}\,\boxed{}}$$

(2) $$a_{n+1} = \frac{1}{\boxed{}}\left(a_n + \boxed{}\,b_n\right)$$

(3) $$a_n = \frac{1}{\boxed{}}\left\{\boxed{} + \boxed{}\left(-\frac{1}{\boxed{}}\right)^n\right\},$$

$$b_n = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\left\{1 - \left(-\frac{1}{\boxed{}}\right)^n\right\}$$