

1 次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{5}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a ，小数部分を b とするとき， $ab+b^2+2b$ の値を求めよ。
- (2) 全体集合 U を整数全体の集合とし， U の部分集合 A ， B を
 $A=\{x \mid x \text{ は } 2025 \text{ の正の約数}\}$
 $B=\{x \mid x \text{ は } 27 \text{ の倍数}\}$
とする。このとき， $A \cap B$ を求めよ。
- (3) x を $x \neq 1$ である正の実数とするとき，不等式 $2\log_x 3 - 2\log_3 x \geq 3$ を解け。

2 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ について，次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値をすべて求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ のとき，関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (3) a を正の定数とする。 $0 \leq x \leq a$ のとき，関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。

3 各項が正の整数である数列 $\{a_n\}$ が次の条件(※)を満たしているとする。

条件(※)「 a_{n+1} の値は a_n の各桁の数字の和と一致する。 $(n=1, 2, 3, \dots)$ 」
この数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおくととき，次の問いに答えよ。

- (1) $a_1=937$ ， $a_2=9+3+7=19$ であるとき， a_3 および a_4 を求めよ。
- (2) $a_1=459$ であるとき， $S_n \geq 500$ となる最小の n を求めよ。
- (3) $S_{999}=2025$ であるとき， a_1 を求めよ。