

1 次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{4}{\sqrt{6}-2}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2+4ab+4b^2$ の値を求めよ。
- (2) 全体集合 U を整数全体の集合とし、 U の部分集合 A, B を
 $A = \{a \mid a \text{ は負の整数}\}$
 $B = \{n^2 - 2n - 3 \mid n = 1, 2, 3, \dots\}$
 とする。このとき、 $A \cap B$ を求めよ。
- (3) 実数 a, x, y, z が 4 つの式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{11}{3}$, $a = 2^x$, $a^2 = 8^y$, $a^3 = \frac{1}{4^z}$ を満たすとき、 a の値を求めよ。

2 関数 $y = 2\sin\theta \cos\theta + \sin\theta + \cos\theta - 1$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $x = \sin\theta + \cos\theta$ とするとき、関数 y を x の式として表せ。
- (2) (1) で定めた x の値の範囲を求めよ。
- (3) 関数 y の最大値と最小値を求めよ。

3 正の整数 n に対して、次の条件(※)を満たす整数 x, y の組 (x, y) の個数を a_n とする。

条件(※) 「 $1 \leq x \leq n$ かつ $0 \leq y \leq \log_3 x$ 」

次の問いの答えよ。

- (1) $n = 3$ のとき、条件(※)を満たす整数 x, y の組 (x, y) をすべて求めよ。
- (2) a_{11} を求めよ。
- (3) $a_n \geq 150$ を満たす最小の n を求めよ。