日本大学 2024A1

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{5}$ の小数部分を a とすると，$a+\dfrac{1}{a}=\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。

(2) i を虚数単位とするとき，

$$(i^{10}+3)(i^{13}+4)=\boxed{}+\boxed{}i$$

である。

(3) $\mathrm{AB}=4$，$\mathrm{BC}=\sqrt{21}$，$\mathrm{AC}=5$ である三角形 ABC の面積は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。

(4) 5 個の値 2，5，9，11，13 をもつデータの平均値は $\boxed{}$ であり，標準偏差は $\boxed{}$ である。

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 座標平面上の 3 点 $(-3,\ 1)$，$(1,\ -3)$，$(1,\ 5)$ を通る円の中心の座標は $(\boxed{},\ \boxed{})$ であり，半径は $\boxed{}$ である。

(2) 1 から 12 までの番号を 1 つずつ書いた 12 枚のカードから同時に 2 枚を取り出すとき，番号の和が 3 の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(3) k は実数とする。曲線 $y=x^2$ を C とし，直線 $y=4x+k$ を ℓ とする。C と ℓ がちょうど 1 つの共有点をもつとき，C と ℓ および y 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(4) x，y は実数とする。条件「$2x^2+5xy+2y^2<0$」は条件「$xy<1$」であるための $\boxed{}$。

＜解答群＞

① 必要条件であるが十分条件ではない　　② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である　　④ 必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ は各項がすべて正の等比数列とし，数列 $\{b_n\}$ は $b_n = \log_2 a_n$ を一般項とする数列とする。$b_1 = -5$，$\displaystyle\sum_{k=1}^{5} b_k = 5$ のとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a_1 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}\boxed{}}$，$a_2 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

(2) $a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{10} = 2^{\boxed{}\boxed{}}$

(3) $a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{10}$ は $\boxed{}\boxed{}$ 桁の整数である。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$\boxed{4}$ 平面上に傾きがそれぞれ 1，$-\dfrac{1}{2}$，-3 の直線 ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 がある。ℓ_1 と ℓ_2 の交点を P，なす角を θ_{P} とする。ℓ_2 と ℓ_3 の交点を Q，なす角を θ_{Q} とする。ℓ_3 と ℓ_1 の交点を R，なす角を θ_{R} とする。P，Q，R はすべて異なるとし，$0 < \theta_{\mathrm{P}} < \dfrac{\pi}{2}$，$0 < \theta_{\mathrm{Q}} < \dfrac{\pi}{2}$，$0 < \theta_{\mathrm{R}} < \dfrac{\pi}{2}$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) $\tan\theta_{\mathrm{P}} = \boxed{}$，$\tan\theta_{\mathrm{Q}} = \boxed{}$，$\tan\theta_{\mathrm{R}} = \boxed{}$

(2) P を通り，ℓ_3 に直交する直線を ℓ_4 とし，ℓ_3 と ℓ_4 の交点を S とする。Q を通り，ℓ_1 に直交する直線を ℓ_5 とし，ℓ_1 と ℓ_5 の交点を T とする。このとき，

$$\frac{\mathrm{RS}}{\mathrm{SQ}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}},\quad \frac{\mathrm{RT}}{\mathrm{TP}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

である。

(3) ℓ_4 と ℓ_5 の交点を H とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{RH}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\overrightarrow{\mathrm{RP}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$$

である。

$\boxed{5}$ 関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ が $f(-1)=0$，$f'(-1)=0$，$\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x^2+2x+1}=3$ を満たす。次の問いに答えなさい。

(1) $b=\boxed{}a+\boxed{}$，$c=\boxed{}a+\boxed{}$，$d=a+\boxed{}$

(2) $a>0$ とする。$f(x)$ が極大値 36 をとるとき，$a=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(3) t を実数とする。(2) のとき，$t\leqq x\leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値が 36 となるのは

$$-\boxed{}\leqq t\leqq -\boxed{}\quad \text{または}\quad t=\boxed{}$$

のときである。