

1  $a$  は実数とする。次のデータ

2, 3, 5,  $a$ ,  $2a$

について、次の問いに答えよ。

- (1) このデータの平均値を  $a$  を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた平均値が 5 となるときの  $a$  の値を求めよ。
- (3) このデータの分散が最小となるとき、実数  $a$  の値を求めよ。また、そのときの分散を求めよ。

2 円  $(x+1)^2 + y^2 = 1$  を  $C_1$  とし、放物線  $y = x^2$  を  $C_2$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 3 次方程式  $x^3 + x + 2 = 0$  の実数解を求めよ。
- (2) 円  $C_1$  と放物線  $C_2$  の 2 つの交点の座標をそれぞれ求めよ。
- (3) 不等式  $y \geq x^2$  の表す領域において、円  $C_1$  と放物線  $C_2$  で囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ。

3 奇数を 5 から順に並べた列を次のような群に分け、第  $n$  群には  $2n$  個の数が入るようにする。

5, 7 | 9, 11, 13, 15 | 17, 19, 21, 23, 25, 27 | 29, 31, ……

次の問いに答えよ。

- (1) 第 5 群の最初の奇数を求めよ。
- (2) 第  $n$  群の最初の奇数を  $n$  の式で表せ。
- (3) 第  $n$  群にあるすべての奇数の和  $S_n$  を求めよ。

4  $a$ ,  $b$ ,  $c$  は定数とする。関数  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  が、 $x=0$  と  $x=3$  で極値をとるような定数  $a$ ,  $b$  の値を求めよ。
- (3) 定数  $a$ ,  $b$  は (2) で求めたものとする。3 次方程式  $f(x) = 0$  が、異なる 3 個の実数解をもつような定数  $c$  の値の範囲を求めよ。

5 次の問いに答えよ。

- (1)  $x, y$  が  $3x+4y=16$  を満たすとき,  $x^2+y^2$  の最小値を求めよ。
- (2)  $x, y$  が  $x^2+y^2=1$  を満たすとき,  $3x+4y$  の最大値と最小値を求めよ。
- (3) 点  $(x, y)$  が連立不等式

$$\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ 3x+y \leq 3 \end{cases}$$

の表す領域を動くとき,  $3x+4y$  の最大値を求めよ。