

1 A, A, B, B, C, D の 6 文字を 1 列に並べるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 文字 A が隣り合う並べ方は何通りあるか。
- (3) 同じ文字が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

2 関数 $y = -\cos^2 \theta + 2\sin \theta + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $\sin \theta = t$ とおいて、 y を t の式で表せ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 y の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。
- (3) a は $0 \leq a \leq 2\pi$ を満たす定数とする。 $0 \leq \theta \leq a$ のとき、関数 y が最小値 -1 をもつような定数 a の最小値を求めよ。

3 空間内に 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 1)$, $B(2, -2, 4)$, $C(4, 1, -6)$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) \vec{OA} と \vec{OB} のなす角 θ を求めよ。
- (2) $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ とおく。 $\vec{CP} \perp \vec{OA}$, $\vec{CP} \perp \vec{OB}$ が成り立つとき、実数 s, t の値を求めよ。
- (3) 四面体 $OABC$ の体積 V を求めよ。

4 n は整数とする。放物線 $y = x^2$ 上にあり、 x 座標が n である点を P_n とする。また、2 点 P_n, P_{n+1} を通る直線を l_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 l_n の方程式を求めよ。
- (2) 放物線 $y = x^2$ と直線 l_n で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ。
- (3) m は正の整数とする。 $(m+1)$ 個の点 P_0, P_1, \dots, P_m を頂点とする $(m+1)$ 角形の面積 T_m を m を用いて表せ。ただし、 $m \geq 2$ とする。

5 正の整数 n に関する条件 p, q, r, s を次のように定める。

$p: n$ は素数である

$q: n, n+2$ はともに素数である

$r: n$ は奇数である

$s: n$ は合成数である

このとき、次の命題の真偽を調べ、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

(1) $q \Rightarrow p$

(2) $p \Rightarrow r$

(3) $q \Rightarrow r$

(4) $\overline{s} \Rightarrow p$