麻布大学 2023 第Ⅱ期

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}$ を満たす自然数 x，y について，$x+y$ の最小値は $\boxed{アイ}$ である。

(2) 2880 の正の約数は $\boxed{ウエ}$ 個あり，その総和は $\boxed{オカキク}$ である。

(3) 2 次方程式 $x^2-x-1=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\alpha^5+\beta^5=\boxed{ケコ}$ である。

(4) 四面体 OABC がある。辺 OA を 1 : 1，辺 OB を 2 : 1，辺 OC を 3 : 1 の比に内分する点をそれぞれ P，Q，R とする。△PQR の重心 G と点 C を通る直線が △OAB と交わる点を H とするとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

(5) どの面も同じ確率で出るサイコロが 1 つある。このサイコロを投げる試行を繰り返し行い，2 回続けて 1 の目が出たら試行を終了する。このとき，サイコロをちょうど 3 回投げて試行が終了する確率は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チツテ}}$ である。また，ちょうど 5 回投げて試行が終了する確率は $\dfrac{\boxed{トナニ}}{\boxed{ヌネノハ}}$ である。

(6) 三角形の 3 つの辺の中線の交点をその三角形の $\boxed{ヒ}$ といい，3 つの辺の垂直二等分線の交点を $\boxed{フ}$ という。また，各頂点から対辺に下ろした垂線の交点を $\boxed{ヘ}$ といい，3 つの内角の二等分線の交点を $\boxed{ホ}$ という。空欄 $\boxed{ヒ}$～$\boxed{ホ}$ に当てはまる語句として最も適切なものを以下の解答群の中から 1 つずつ選択せよ。

① 内心　② 外心　③ 垂心　④ 中心　⑤ 重心　⑥ 中点

(7) $\log_{10}2=0.3010$ とする。$\left(\dfrac{1}{20}\right)^{23}$ は小数第 $\boxed{マミ}$ 位にはじめて 0 でない数が現れる。

$\boxed{2}$　xy 平面内の半円 $C_0：x^2+y^2=4$，$y \geqq 0$ 上に 2 点 A，B をとり，線分 AB に関して弧 AB を折り返したところ弧 AB は点 $(\sqrt{2}，0)$ で x 軸に接した。

(1)　折り返した弧 AB を一部にもつ円を C_1 とする。C_1 の半径は $\boxed{ム}$，

中心の座標は $\left(\sqrt{\boxed{メ}}，\boxed{モ}\right)$ である。

(2)　xy 平面の原点 O と A，B を通る円を C_2 とする。C_2 の半径は $\dfrac{\boxed{ヤ}\sqrt{\boxed{ユ}}}{\boxed{ヨ}}$，

中心の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ラ}\sqrt{\boxed{リ}}}{\boxed{ル}}，\dfrac{\boxed{レ}}{\boxed{ロ}}\right)$ である。

(3)　円 C_1 上に点 P，円 C_2 上に点 Q をとる。線分 PQ の長さの最大値は $\boxed{ワ}+\sqrt{\boxed{ン}}$ である。

$\boxed{3}$　xy 平面内の曲線 $C：y=x^3+1$ 上に 2 点 A$(1，2)$，B$(-2，-7)$ があり，この曲線上を点 P が A から B まで動いている。ただし，P は両端の点 A，B と一致しないものとする。

(1)　曲線 C と線分 AB によって囲まれる部分の面積は，$\dfrac{\boxed{あい}}{\boxed{う}}$ である。

(2)　P における曲線 C の接線が直線 AB と平行になるとき，この接線の方程式は $y=\boxed{え}x+\boxed{お}$ である。

(3)　P の x 座標を t とおく。△PAB の面積 $S(t)$ は式

$$S(t)=\frac{\boxed{か}}{\boxed{き}}\left(t-\boxed{く}\right)^2\left(t+\boxed{け}\right)$$

で与えられる。

(4)　$S(t)$ の最大値は $\boxed{こ}$ であり，このときの P の座標は $\left(\boxed{さし}，\boxed{す}\right)$ である。

$\boxed{4}$　a，b，c を相異なる実数とする。これらの数の間に

$$a(1-b)=b(1-c)=c(1-a)$$

が成り立つ。

(1)　a がとりえない値は $\boxed{\text{せ}}$，$\boxed{\text{そ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{せ}} < \boxed{\text{そ}}$ とする。

(2)　与えられた式を k とおくと，k は

$$\left(k-\boxed{\text{た}}\right)\left\{k+a\left(a-\boxed{\text{ち}}\right)\right\}=0$$

を満たす。

(3)　$abc=\boxed{\text{つて}}$ である。