

1 次の問いに答えなさい。

(1) 1 個のさいころを続けて 5 回投げたとき、奇数の目がちょうど 1 回出る確率は $\frac{\square}{\square \square}$ である。

(2) x の 2 次方程式 $x^2 + 2kx + 28k - 187 = 0$ が実数解をもたないような整数 k は全部で \square 個ある。

(3) x, y は実数とする。条件「 $xy < 0$ 」は条件「 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 < 0$ 」であるための \square 。

<解答群>

- ① 必要条件であるが十分条件ではない ② 十分条件であるが必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である ④ 必要条件でも十分条件でもない

(4) 40 人が受けたテストで、60 点未満の人が 18 人、50 点以上の人が 36 人であったとき、50 点以上 60 点未満の階級の相対度数は $\square.\square\square$ である。

2 次の問いに答えなさい。

(1) 複素数 $\frac{2}{1 + \sqrt{-3}}$ の虚部は $-\frac{\sqrt{\square}}{\square}$ である。

(2) $a > 0, b > 0$ のとき、

$$\left(2^{\frac{7}{6}} a^2 b^{\frac{2}{3}}\right)^3 \times (4a^4 b^{-8})^{-\frac{1}{4}} = \square a^{\square} b^{\square}$$

である。

(3) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $y = \frac{1}{\tan^2 \theta} - 2\cos 2\theta + 5$ の最小値は \square であり、このとき、

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square} \text{ である。}$$

(4) 平面上に三角形 OAB と、 $\vec{OC} = \frac{9}{8}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$ を満たす点 C がある。直線 OC と辺 AB の

交点を D とするとき、 $\vec{DC} = \frac{\square}{\square \square} \vec{OC}$ であり、三角形 CDB の面積は三角形 OAB

の面積の $\frac{\square \square}{\square \square \square}$ 倍である。

3 O を原点とする座標平面上の円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x$ の交点のうち、 x 座標が正である点を P、 x 座標が負である点を Q とする。P における円の接線と y 軸との交点を R とし、点 S をこの円周上に $\angle PSR = 90^\circ$ となるようにとる。次の問いに答えなさい。

(1) R の y 座標は $\frac{\square}{\square}$ である。

(2) S の x 座標は $-\frac{\square}{\square \square}$ である。

(3) 三角形 OQS の面積は $\frac{\square \square}{\square \square}$ である。

4 n は自然数とし、 $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^n$ を展開した整式の x^k の係数を a_k ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) とする。次の問いに答えなさい。

(1) $n = 10$ のとき、 $a_6 = \square \square \square$ である。

(2) $n = 31$ とする。不等式 $\frac{a_k}{a_{k+1}} \leq 1$ を満たす k の最大値は $\square \square$ である。

(3) $n = 121$ とする。 $\frac{a_{7k}}{a_{7k+1}}$ は $k = \square \square$ で最大値 $\square \square$ をとる。

5 a は正の定数とする。 x の関数 $f(x) = ax^3 - 3ax + 2a + 3$ について、曲線 $y = f(x)$ 上の点 A ($0, 2a + 3$) における接線を ℓ 、A を通り ℓ と直交する直線を m とする。 $y = f(x)$ と m とで囲まれた図形のうちで、 x 座標が 0 以上の部分の面積を $S(a)$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) ℓ の傾きは $-\square a$ である。

(2) 関数 $f(x)$ の極大値は $\square a + \square$ である。

(3) $S(1) = \frac{\square \square}{\square}$

(4) $aS(a)$ の値が最小になるのは $a = \frac{\square}{\square}$ のときである。