20230313　日獣後期

$\boxed{1}$ 次の問（問 1〜問 6）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

問 1　$x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ とするとき，$x+y=\sqrt{\boxed{ア}}$，$x^2+y^2=\boxed{イ}$ である。

問 2　n 個の数から成るデータ x_1，x_2，……，x_n の平均値が 2，分散が 1 であるとき，

$y_i=3x_i+1$ $(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$ で定まるデータ y_1，y_2，……，y_n の平均値は $\boxed{ウ}$，

分散は $\boxed{エ}$ である。

問 3　$a>0$ とする。2 つの図形

円 $(x-2)^2+(y+1)^2=1$，直線 $3x+4y+a=0$ が接するとき，$a=\boxed{オ}$ である。

問 4　x の方程式 $(\log_2 x)^2-3\log_2 x+1=0$ の 2 解を $x=\alpha$，β とすると $\alpha\beta=\boxed{カ}$ である。

問 5　n を正の整数とする。条件 $a_1=9$，$a_{n+1}=3a_n-8$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の第 n 項は

$a_n=\boxed{キ}\cdot\boxed{ク}^{n-1}+\boxed{ケ}$ である。

問 6　△OAB がある。実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{t-1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{5-t}{8}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と表される点 P が，

△OAB の内部（周は除く）にあるのは $\boxed{コ}<t<\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ のときである。

2　次の問（問 1～問 3）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0～9）をマークせよ。

問 1　2 つの袋があり，どちらもその中に赤玉が 6 個，白玉が 4 個入っている。それぞれの袋から同時に玉を 1 個取り出すとき，取り出された 2 個について

2 個とも赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ …… ①

1 個が赤玉，1 個が白玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ …… ②

2 個とも白玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ …… ③

である。

ここである生物の対立遺伝子（優性遺伝子 A と劣性遺伝子 a が存在する）について考える。この生物が有性生殖を行ったとき，次世代では対立遺伝子の組み合わせで 3 種類の遺伝子型

AA，Aa，aa　……（＊）

が生じる。

外部の影響がない，突然変異がない，遺伝子型ごとに生存や生殖に差がないなどの「理想的な状況」の下では，遺伝子型（＊） の比率は世代を経ても一定であり問 1 と同様にして得られる。すなわち

遺伝子 A の遺伝子頻度（出現する確率）を p，遺伝子 a の遺伝子頻度を q

とすると，たとえば $p=\dfrac{6}{10}$，$q=\dfrac{4}{10}$ の場合には，AA 型，Aa 型，aa 型の比率はそれぞれ①，②，③に一致する。

問 2　この生物の集団 α では，400 個体のうち 49 個体が劣性形質（aa 型）をもっていた。このとき

$p=\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$，$q=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

問 3　この生物の別の集団 β について調べたとき，遺伝子頻度は α と同じであった。

集団 β の個体数が 200 であるとき，そのうちの遺伝子型 Aa の個体数は $\boxed{\text{セソ}}$ である。

$\boxed{3}$　x，y，z は，次の 9 個の整数

$$2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$$

のいずれかの値をとるものとする。

次の問（問 1〜問 3）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

問 1　整数の組 $(x,\ y,\ z)$ は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

そのうち，$x<y<z$ を満たすものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

問 2　条件 $x+y+z=10$ ……（＊）を満たす組 $(x,\ y,\ z)$ の個数を考えよう。

$x-2=X$，$y-2=Y$，$z-2=Z$ とおくと，（＊）は $X+Y+Z=\boxed{\text{カ}}$ ……（＊＊）となる。

ただし，X，Y，Z は 0 以上 8 以下の整数である。（＊＊）を満たす組 $(X,\ Y,\ Z)$ を考えることにより，（＊）を満たす組 $(x,\ y,\ z)$ は求められ，それは $\boxed{\text{キク}}$ 個である。

問 3　条件 $x+y+z=16$ を満たす組 $(x,\ y,\ z)$ は $\boxed{\text{ケコ}}$ 個ある。

$\boxed{4}$　平面上に円 K と点 O がある。O は K の外部にあって，それを通る 2 直線 ℓ_1，ℓ_2 のうち，ℓ_1 は K と 2 点 A，B で交わり，ℓ_2 は K と 2 点 C，D で交わる。ここで

$$\mathrm{OA}=3,\ \mathrm{OB}=8,\ \mathrm{OC}=2,\ \cos\angle\mathrm{AOC}=\frac{1}{4}$$

とする。

以下の各問い（問 1〜問 4）に答えよ。この問題に関しては答えだけでなく，答えを導く過程も記述すること。

問 1　線分 AC，BC，BD の長さをそれぞれ求めよ。

問 2　$\angle\mathrm{OAC}=\theta$ とおくと。$\cos\theta$ を求めよ。

問 3　円 K の半径 r を求めよ。

問 4　円 K の中心を P，直線 OP と $\triangle$OBD の外接円の交点を Q とする。ただし Q は O とは異なる点である。

線分 OP，PQ の長さをそれぞれ求めよ。

20230313　日獣後期

$\boxed{5}$　a，b は実数として，$f(x)=x^3-a$，$g(x)=x^2+bx-19$ とする。
また，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(2,\ f(2))$ における接線を ℓ とする。

以下の各問い（問1〜問3）に答えよ。この問題に関しては答えだけでなく，答えを導く過程も記述すること。

問1　ℓ の方程式を a を用いて表せ。

問2　曲線 $y=g(x)$ が点 A で ℓ に接するとき，a，b の値を求めよ。

問3　不等式 $\sqrt[3]{7}+4<\sqrt{35}<\dfrac{71}{12}$ を示せ。