岡山理科大学　2023年3月7日実施

1　下の表は，5 人の生徒に 2 種類のテスト A，B を行った結果である。次の問いに答えよ。

生徒の番号	①	②	③	④	⑤
A の得点	7	3	2	5	8
B の得点	4	5	7	2	2

(1)　A の得点の平均値を求めよ。

(2)　A の得点の分散を求めよ。

(3)　A の得点と B の得点の相関係数を求めよ。

2　m は正の定数とする。2 つの関数 $f(x)=x^3+6x^2-27x$ と $g(x)=mx$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$m=108$ とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=g(x)$ の共有点のうち，x 座標が正である点を A としたとき，点 A の x 座標 a を求めよ。

(2)　$m=\tan\theta$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。点 $\mathrm{P}(0,\ -1)$ と直線 $y=g(x)$ の距離 h を θ を用いて表せ。

(3)　$m=108$ とし，a は (1) で定めたものとする。関数 $y=f(x)-g(x)$ $(0<x<a)$ の値域を求めよ。

(4)　$m=108$ とし，点 A と a は (1) で定めたものとする。点 Q が曲線 $y=f(x)$ $(0<x<a)$ 上を動くとき，$\triangle\mathrm{OAQ}$ の面積 S の最大値を求めよ。また，そのときの点 Q の座標を求めよ。ただし，O は原点 $(0,\ 0)$ である。

3　$x=\log_3 4$，$y=\log_9 8$ とするとき，次の値を求めよ。

(1)　$3x-4y$

(2)　$3^{-\frac{x}{2}}$

(3)　$4^{\frac{3}{x}}$

(4)　$(x+y)\log_{\sqrt{2}} 3$

$\boxed{4}$　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は，n を 2 進法で表したときにあらわれる 1 の個数とする。例えば，11 を 2 進法で表すと $1011_{(2)}$ となるから，$a_{11}=3$ である。また，数列 $\{b_n\}$ は次の条件によって定まるものとする。

$$b_1=1,\ b_{2n}=b_n,\ b_{2n+1}=b_n+1\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1)　a_1，a_2，a_3，a_4，a_5 の値を求めよ。

(2)　b_{11} の値を求めよ。

(3)　$1\leqq n\leqq 127$ かつ $a_n=3$ を満たす自然数 n の個数を求めよ。

(4)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{127} b_n$ を求めよ。