

1 次の問いに答えなさい。

(1) 1 個のさいころを続けて 5 回投げたとき、奇数の目がちょうど 1 回出る確率は  $\frac{\square}{\square \square}$  である。

(2)  $x$  の 2 次方程式  $x^2 + 2kx + 28k - 187 = 0$  が実数解をもたないような整数  $k$  は全部で  $\square$  個ある。

(3)  $x, y$  は実数とする。条件「 $xy < 0$ 」は条件「 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 < 0$ 」であるための  $\square$ 。

<解答群>

- ① 必要条件であるが十分条件ではない                      ② 十分条件であるが必要条件ではない  
 ③ 必要十分条件である    ④ 必要条件でも十分条件でもない

(4) 40 人が受けたテストで、60 点未満の人が 18 人、50 点以上の人が 36 人であったとき、50 点以上 60 点未満の階級の相対度数は  $\square.\square\square$  である。

2 次の問いに答えなさい。

(1) 複素数  $\frac{2}{1 + \sqrt{-3}}$  の虚部は  $-\frac{\sqrt{\square}}{\square}$  である。

(2)  $a > 0, b > 0$  のとき、

$$\left(2^{\frac{7}{6}} a^2 b^{\frac{2}{3}}\right)^3 \times (4a^4 b^{-8})^{-\frac{1}{4}} = \square a^{\square} b^{\square}$$

である。

(3)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする。  $y = \frac{1}{\tan^2 \theta} - 2\cos 2\theta + 5$  の最小値は  $\square$  であり、このとき、

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{\square}}{\square} \text{ である。}$$

(4) 平面上に三角形 OAB と、  $\vec{OC} = \frac{9}{8}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$  を満たす点 C がある。直線 OC と辺 AB の

交点を D とするとき、  $\vec{DC} = \frac{\square}{\square \square} \vec{OC}$  であり、三角形 CDB の面積は三角形 OAB

の面積の  $\frac{\square \square}{\square \square \square}$  倍である。

3 O を原点とする座標平面上の円  $x^2 + y^2 = 5$  と直線  $y = 2x$  の交点のうち、 $x$  座標が正である点を P、 $x$  座標が負である点を Q とする。P における円の接線と  $y$  軸との交点を R とし、点 S をこの円周上に  $\angle PSR = 90^\circ$  となるようにとる。次の問いに答えなさい。

(1) R の  $y$  座標は  $\frac{\square}{\square}$  である。

(2) S の  $x$  座標は  $-\frac{\square}{\square \square}$  である。

(3) 三角形 OQS の面積は  $\frac{\square \square}{\square \square}$  である。

4  $n$  は自然数とし、 $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^n$  を展開した整式の  $x^k$  の係数を  $a_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ) とする。次の問いに答えなさい。

(1)  $n = 10$  のとき、 $a_6 = \square \square \square$  である。

(2)  $n = 31$  とする。不等式  $\frac{a_k}{a_{k+1}} \leq 1$  を満たす  $k$  の最大値は  $\square \square$  である。

(3)  $n = 121$  とする。 $\frac{a_{7k}}{a_{7k+1}}$  は  $k = \square \square$  で最大値  $\square \square$  をとる。

5  $a$  は正の定数とする。 $x$  の関数  $f(x) = ax^3 - 3ax + 2a + 3$  について、曲線  $y = f(x)$  上の点 A ( $0, 2a + 3$ ) における接線を  $\ell$ 、A を通り  $\ell$  と直交する直線を  $m$  とする。 $y = f(x)$  と  $m$  とで囲まれた図形のうちで、 $x$  座標が 0 以上の部分の面積を  $S(a)$  とするとき、次の問いに答えなさい。

(1)  $\ell$  の傾きは  $-\square a$  である。

(2) 関数  $f(x)$  の極大値は  $\square a + \square$  である。

(3)  $S(1) = \frac{\square \square}{\square}$

(4)  $aS(a)$  の値が最小になるのは  $a = \frac{\square}{\square}$  のときである。