2023/2/1　岡山理科大

$\boxed{1}$　空間内に 3 点 O$(0,\ 0,\ 0)$，A$(-2,\ -1,\ 2)$，B$(4,\ -1,\ -1)$ がある。次の問いに答えよ。

(1)　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ。

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のなす角 θ を求めよ。

(3)　$\triangle$OAB の面積 S を求めよ。

(4)　P は線分 AB 上の点とする。$\triangle$OAP の面積が 3 となるような点 P の座標を求めよ。

$\boxed{2}$　θ は定数とする。放物線 C：$y=x^2-(2\cos\theta)x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1)　放物線 C の頂点の座標を θ を用いて表せ。

(2)　x 座標が 1 である放物線 C 上の点を P とする。点 P における接線 g の方程式を求めよ。

(3)　放物線 C と (2) で定めた接線 g，および y 軸で囲まれる部分の面積 S を求めよ。

(4)　放物線 C の頂点が直線 $y=-\sqrt{2}\,x-\dfrac{1}{2}$ の下側にあるとき，θ のとりうる値の範囲を求めよ。

　ただし，$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

$\boxed{3}$　一般項 a_n が

$$a_n=\int_{n-1}^{n}(x^2-56x+640)\,dx$$

で与えられる数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　a_1 の値を求めよ。

(2)　$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$ を n の式で表せ。

(3)　$a_n<0$ となる最小の自然数 n を求めよ。

$\boxed{4}$　1 枚のコインを何回か続けて投げ，同じ面が 3 回続けて出たときに終了するゲームを行う。ただし，投げる回数は最大で 5 回までとする。次の問いに答えよ。

(1)　ちょうど 3 回目を投げ終わったときにゲームが終了する確率を求めよ。

(2)　ちょうど 4 回目を投げ終わったときにゲームが終了するような，1 回目から 4 回目までのコインの面の出方は何通りあるか。

(3)　3 回目を投げ終わったときにゲームが終了しないという条件のもとで，ちょうど 4 回目を投げ終わったときにゲームが終了する条件付き確率を求めよ。

$\boxed{5}$　次の問いに答えよ。

(1)　756 と 792 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2)　3293 と 2627 の最大公約数を求めよ。

(3)　n は自然数とする。12722 を n で割ったときの余りが 23 であり，9734 を n で割ったときの余りも 23 であるとする。このような n をすべて求めよ。