

日本大学 2023 N日程

1 (1)  $\sqrt{5}$  の小数部分を  $p$  とするとき、 $p^3 - \frac{1}{p^3} = \boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{\quad}$  である。

(2)  $a, b$  を定数とする。2次関数  $y = ax^2 + 2ax + b$  の  $-2 \leq x \leq 1$  における最大値が 10、最小値が 2 であるとき、 $b = \boxed{4}$  または  $\boxed{5}$  である。ただし、 $\boxed{4} < \boxed{5}$  とする。

(3)  $0^\circ < \theta \leq 45^\circ$  とする。 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 8$  であるとき、

$\sin \theta - \cos \theta = \frac{\boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad}}$  である。

(4) A, B, C, D, E, F の 6 人が輪の形に並ぶとき、A と B が隣り合い、かつ B と C が隣り合わない並び方は、全部で  $\boxed{\quad} \boxed{\quad}$  通りある。

(5)  $OA = OB = 4$ ,  $AB = 2$  である  $\triangle OAB$  において、 $\angle B$  の二等分線と辺  $OA$  の交点を  $C$  とし、頂点  $B$  における外角の二等分線と辺  $OA$  の延長との交点を  $D$  とするとき、線分  $CD$  の長さは  $\frac{\boxed{\quad} \boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$  である。

2 (1)  $n$  を 3 以上の自然数とする。 $(3x-1)^n$  の展開式における  $x^3$  の項の係数が  $-540$  であるとき、 $n = \boxed{\quad}$  であり、 $x^2$  の項の係数は  $\boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{\quad}$  である。

(2) 定数  $k$  に対し、直線  $kx + (k+1)y + 2 = 0$  を  $l_1$  とし、直線  $(k-2)x + ky + 3 = 0$  を  $l_2$  とする。 $l_1$  と  $l_2$  が平行であるとき、 $k = \boxed{\quad} \boxed{\quad}$  であり、 $l_1$  上の点と  $l_2$  上の点の距離の最小値は  $\frac{\sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad} \boxed{\quad}}$  である。

(3) 1 辺の長さが 6 の正三角形  $OAB$  において、辺  $OA$  を 2:1 に内分する点を  $C$ 、辺  $OB$  の中点を  $D$ 、線分  $CD$  の中点を  $E$ 、直線  $OE$  と辺  $AB$  の交点を  $F$  とする。このと

き、 $\vec{OE} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \vec{OB}$  であり、 $\triangle CFD$  の面積は

$\frac{\boxed{\quad} \boxed{\quad} \sqrt{\boxed{\quad}}}{\boxed{\quad}}$  である。

(4)  $r$  を実数とする。 $a_1 = 2$ ,  $a_5 = 82$  を満たす数列  $\{a_n\}$  の階差数列が初項 2、公比  $r$  の等比数列となるとき、 $r = \boxed{\quad}$  であり、数列  $\{a_n\}$  の一般項は

$a_n = \boxed{\quad}^{n-\boxed{\quad}} + \boxed{\quad}$  である。

3  $a$  を定数とする。関数  $y=7\sin^2x-2a(4\sin x+3\cos x)+12\sin 2x+14$  について考える。

(1)  $t=4\sin x+3\cos x$  ( $0\leq x\leq\frac{\pi}{2}$ ) とすると、 $t$  のとり得る値の範囲は

$\square\leq t\leq\square$  である。

(2)  $y$  を (1) の  $t$  を用いて表すと、 $y=t^2-\square at+\square$  である。

(3)  $0\leq x\leq\frac{\pi}{2}$  の範囲で常に  $y\geq 0$  となるような  $a$  の値の範囲は  $a\leq\frac{\square}{\square}$  である。

4 曲線  $y=x^3-6x^2+12x-1$  を  $C_1$  とし、 $C_1$  上の点  $A(3, 8)$  における接線を  $l$  とする。

$C_1$  と  $l$  との共有点のうち  $A$  でない点を  $B$  とし、2点  $A, B$  を通る放物線

$y=ax^2+bx+c$  を  $C_2$  とする。ただし、 $a, b, c$  は定数で、 $a<0$  とする。

(1)  $l$  の方程式は  $y=\square x-\square$  であり、 $B$  の座標は  $(\square, \square)$  である。

(2)  $l$  と  $C_2$  で囲まれた図形の面積は9であるとする。

1)  $a=\square, b=\square, c=\square$  である。

2)  $C_2$  上の点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とする。  $\square < t < 3$  のとき、 $\triangle APB$  の面積は

$t=\frac{\square}{\square}$  で最大値  $\frac{\square}{\square}$  をとる。