

1 以下の に当てはまる答えを求めよ。

(1) $\alpha = \frac{1}{\sqrt{3+2+\sqrt{7}}}$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{3+2-\sqrt{7}}}$ とする。 $\alpha\beta = \text{ア}$ であり、 α の分母を有理化すると、
 $\alpha = \text{イ}$ である。

(2) $f(x) = |3x-2| - |2x+1|$ とおく。 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \text{ウ}$ であり、方程式 $f(x) = 0$ の実数解は
 $x = \text{エ}$, オ である。また、不等式 $f(x) < \frac{1}{2}x$ の解は カ である。

(3) $x > 0$, $y > 0$ で、 $x+y=18$ とする。このとき、 $\log_3 x + \log_3 y$ の最大値は キ である。また、
 $\log_3 2 = A$ とおくと、 $\log_3 x + 2\log_3 y$ の最大値を A を用いて表すと ク である。

(4) 次のような数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \dots, \frac{1}{k}, \frac{3}{k}, \frac{5}{k}, \frac{7}{k}, \dots, \frac{2k-1}{k}, \dots$$

この数列を、第 k 群に k 個の項が含まれるように群に分ける。このとき、 $a_{26} = \text{ケ}$ であり、
 第 k 群に含まれる項の総和を k を用いて表すと コ である。また、 $a_{2022} = \text{サ}$ である。

(5) (i) 3 個のさいころ A, B, C を同時に投げるとき、それぞれの出る目を a, b, c とする。
 $a+b+c=10$ となる確率は シ である。また、3 つの値 $a+b, a+c, b+c$ のうち、
 少なくとも 1 つが 3 となる確率は ス である。

(ii) 4 個のさいころ A, B, C, D を同時に投げるとき、それぞれの出る目を a, b, c, d とす
 る。4 つの値 $a+b+c, a+b+d, a+c+d, b+c+d$ のうち少なくとも 1 つが 10 とな
 る確率は セ である。

(6) 正六角形 ABCDEF において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ とおく。 \overrightarrow{AD} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表すと、
 $\overrightarrow{AD} = \text{ソ}$ $\vec{a} + \text{タ}$ \vec{b} である。線分 BD を 3 : 1 に内分する点を P とする。このとき、 \overrightarrow{AP} を
 \vec{a}, \vec{b} を用いて表すと $\overrightarrow{AP} = \text{チ}$ $\vec{a} + \text{ツ}$ \vec{b} である。さらに、点 B から線分 FP に下した垂線と
 線分 CF の交点を Q とするとき、 \overrightarrow{AQ} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表すと $\overrightarrow{AQ} = \text{テ}$ $\vec{a} + \vec{b}$ である。

2 a, b を定数として、関数 $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + 24$ を考える。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(2, f(2))$ における接線 l の方程式が $y = 16x + 8$ であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l の A 以外の共有点の座標を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (4) m を定数とする。曲線 $y = f(x)$ の接線で、その傾きが m となるものが 2 つ以上存在するとき、 m のとりうる値の範囲を求めよ。