麻布大学　2022 年　第Ⅰ期

$\boxed{1}$ 【麻布大学　2022 年度　第Ⅰ期】大問 1

以下の問いに答えよ。

(1)　5 進法で $21403_{(5)}$ となる数を 9 進法で表すと，$\boxed{\text{アイウエ}}_{(9)}$ となる。

(2)　整数 A が 6 の倍数であることは，A が整数 n を用いて $A=n(n+1)(n+2)$ と表せるための $\boxed{\text{オ}}$。文中の空欄に当てはまるものを下の①～④から 1 つだけ選択せよ。

① 十分条件であるが必要条件ではない

② 必要条件であるが十分条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

(3)　△ABC において辺 AB を 1 : 2 に内分する点を D，辺 AC を 3 : 4 に内分する点を E とする。さらに，線分 BE と CD の交点を P，直線 AP と辺 BC との交点を Q とするとき

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}},\quad \overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\overrightarrow{\mathrm{AP}}$$

である。

(4)　サイコロを 3 回投げ，出た目の数字を順に a，b，c とするとき，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解をもつような $(a,\ b,\ c)$ の組は全部で $\boxed{\text{シ}}$ 通りある。したがって，この方程式が重解をもつ確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。

(5)　数直線上の原点に点 P がある。1 枚のコインを投げて表が出たときは P を正の向きに 2 だけ進め，裏が出たときは負の向きに 1 だけ進める。コインを 6 回投げたうち表がちょうど $\boxed{\text{チ}}$ 回出れば，P は 6 回目で原点に戻る。したがって，6 回投げ終えたときに P が原点に戻る確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(6)　あるサプリメントの効能を調査するためイヌ 10 頭を 5 頭ずつのグループ（コントロール群 5 頭，投薬群 5 頭）に分け，それぞれの体重 (g) を観察した。その結果，コントロール群と投薬群の体重変動は次の表の通りになった。

コントロール群	+5 g	+6 g	−7 g	+4 g	+7 g
投薬群	−6 g	+2 g	−7 g	−4 g	−10 g

このとき，コントロール群と投薬群の体重変動の平均値はそれぞれ $\boxed{\text{ニ}}$ g と $\boxed{\text{ヌネ}}$ g であり，中央値はそれぞれ $\boxed{\text{ノ}}$ g と $\boxed{\text{ハヒ}}$ g である。また，コントロール群と投薬群の標準偏差はそれぞれ $\sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}$ g と $\boxed{\text{ホ}}$ g である。

(7)　関係式

$$f'(x)\{f'(x)-3x\}=f(x)+12(x-1)$$

を満たす多項式 $f(x)$ は，

$$f(x)=\boxed{\text{マミ}}x+\boxed{\text{ムメ}},\quad f(x)=\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}x^2+\boxed{\text{ユ}}x+\boxed{\text{ヨラ}}$$

である。

麻布大学　2022 年　第Ⅰ期

$\boxed{2}$ 【麻布大学　2022 年度　第Ⅰ期】大問 2

a，b を正の数とし，xy 平面内で 2 点 $\mathrm{A}(a,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ b)$ を頂点にもつ正三角形 ABC を考える。ただし，点 C は第 1 象限にあるとする。以下の問いに答えよ。

(1)　$a=4$，$b=2$ のとき，C の座標は $\left(\boxed{リ}+\sqrt{\boxed{ル}},\ \boxed{レ}+\boxed{ロ}\sqrt{\boxed{ワ}}\right)$ である。

(2)　C の x 座標を p，y 座標を q とおくと，p の 2 次方程式

$$\boxed{ン}x^2-\boxed{あ}ax+\left(a^2-\boxed{い}b^2\right)=0$$

の解である。点 C が第 1 象限にあることから

$$p=\frac{a+\sqrt{\boxed{う}}\,b}{\boxed{え}},\qquad q=\frac{\sqrt{\boxed{お}}\,a+b}{\boxed{か}}$$

となる。

(3)　正三角形 ABC の面積を $S(a,\ b)$ とおくと，$S(a,\ b)=\dfrac{\sqrt{\boxed{き}}}{\boxed{く}}(a^2+b^2)$ である。

(4)　正三角形 ABC が領域

$$D=\{(x,\ y)\mid 0\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1\}$$

にすべて含まれるように点 $(a,\ b)$ が動くとき，$S(a,\ b)$ の最大値は $\boxed{けこ}+\boxed{さ}\sqrt{\boxed{し}}$ である。また，最大値を与える $(a,\ b)$ のうち $a=b$ であるものは $a=b=\boxed{すせ}+\sqrt{\boxed{そ}}$ である。

$\boxed{3}$ 【麻布大学　2022 年度　第Ⅰ期】大問 3

容器 A には濃度 8 % の食塩水が 900 g 入っており，容器 B には濃度 6 % の食塩水が 900 g 入っている。A から 150 g，B から 150 g の食塩水をそれぞれ取り出したのち，A から取り出した分を B へ，B から取り出した分を A へ入れてよくかき混ぜる。この操作を n 回行ったとき，A，B に含まれる食塩の量 (g) をそれぞれ a_n，b_n とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$a_1=\boxed{たち}$，$b_1=\boxed{つて}$ である。

(2)　$n\geqq 2$ のとき，a_{n-1}，a_n，b_{n-1}，b_n の間には次の関係式が成り立つ：

$$a_n=\frac{\boxed{と}}{\boxed{な}}a_{n-1}+\frac{\boxed{に}}{\boxed{ぬ}}b_{n-1},\qquad b_n=\frac{\boxed{ね}}{\boxed{の}}a_{n-1}+\frac{\boxed{は}}{\boxed{ひ}}b_{n-1}$$

(3)　数列 a_n，b_n の一般項は

$$a_n=\boxed{ふ}\cdot\left(\frac{\boxed{へ}}{\boxed{ほ}}\right)^{n-1}+\boxed{まみ},\qquad b_n=\boxed{むめ}\cdot\left(\frac{\boxed{も}}{\boxed{や}}\right)^{n-1}+\boxed{ゆよ}$$

である。

麻布大学　2022 年　第 I 期

$\boxed{4}$ 【麻布大学　2022 年度　第 I 期】大問 4

k を定数とする。xy 平面上で点 $(2,\ 5)$ を通る傾き k の直線と放物線 $y=x^2$ とが囲む面積を S とするとき，k と S の間には関係式

$$S^2=\frac{\boxed{\text{ら}}}{\boxed{\text{りる}}}\left(k^2-\boxed{\text{れ}}k+\boxed{\text{ろわ}}\right)^3$$

が成り立つ。この式から S の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ん}}}{\boxed{\text{が}}}$ であり，最小値を与える直線の方程式は $y=\boxed{\text{ぎ}}x-\boxed{\text{ぐ}}$ であることがわかる。