2020 年　日本獣医生命科学大　第 3 回

$\boxed{1}$　空間内の 2 点 A$(2,\ 3,\ 0)$，B$(4,\ -1,\ 4)$ を直径の両端とする球があり，この球と x 軸との交点を C，D (ただし，(C の x 座標)$<$(D の x 座標)) とする。以下の各問いの空欄に適する数値を求めよ。

問 1　この球の方程式は $\left(x-\boxed{①}\right)^2+\left(y-\boxed{②}\right)^2+\left(z-\boxed{③}\right)^2=\boxed{④}$ である。

問 2　C，D の座標はそれぞれ $\left(\boxed{⑤},\ \boxed{⑥},\ \boxed{⑦}\right)$，$\left(\boxed{⑧},\ \boxed{⑨},\ \boxed{⑩}\right)$ である。

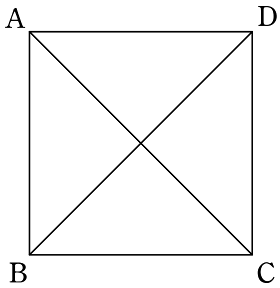
問 3　三角形 ACD の面積は $\boxed{⑪}$ である。

問 4　四面体 ABCD の体積は $\boxed{⑫}$ である。

$\boxed{2}$　以下の空欄に適する数値を求めよ。

関数 $f(x)=|3\cos x-\cos 2x+1|$ (ただし，$0\leqq x<2\pi$) は $\cos x=\boxed{①}$ で最大値 $\boxed{②}$ をとる。また $x=\boxed{③}$ または $\boxed{④}$ $\left(\text{ただし，}\boxed{③}<\boxed{④}\right)$ で $f(x)$ は最小値 $\boxed{⑤}$ をとる。

$\boxed{3}$　右の図のような 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD の頂点 A を出発して順次隣の 3 つの頂点のいずれかに移動する動点 P がある (AC 間，BD 間も移動可能)。ただし，長さ 1 の辺上を移動する確率は $\dfrac{3}{8}$，長さ $\sqrt{2}$ の対角線上を移動する確率は $\dfrac{1}{4}$ である。P が n 回移動して A，B，C，D にある確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n，d_n とする $(a_0=1,\ b_0=c_0=d_0=0)$ とき，以下の各問いの空欄に適する数値を求めよ。



問 1　$a_n+b_n+c_n+d_n=\boxed{①}$ である。

問 2　a_{n+1}，c_{n+1} を a_n，c_n を用いて表すと

$$\begin{cases} a_{n+1}=-\boxed{②}a_n-\boxed{③}c_n+\boxed{④} \\ c_{n+1}=-\boxed{⑤}a_n-\boxed{⑥}c_n+\boxed{⑦} \end{cases}$$

である。

問 3　定数 p，q に対して，$x_n=a_n-p$，$y_n=c_n-q$ と定める。問 2 で導いた a_n，c_n の漸化式を，x_n，y_n を用いて表すとき，これら x_n，y_n を含む漸化式が定数項を含まないように p，q の値を定めると $p=\boxed{⑧}$，$q=\boxed{⑨}$ となる。

問 4　$\{x_n+y_n\}$，$\{x_n-y_n\}$ の一般項を求めると

$$\begin{cases} x_n+y_n=\boxed{⑩}\cdot\left(\boxed{⑪}\right)^n \\ x_n-y_n=\left(\boxed{⑫}\right)^n \end{cases}$$

となる。

問 5　a_n を，n を用いて表すと

$$a_n=\boxed{⑬}\cdot\left(\boxed{⑪}\right)^n+\boxed{⑭}\cdot\left(\boxed{⑫}\right)^n+\boxed{⑮}$$

となる。

$\boxed{4}$　a，b は実数の定数とする。点 $\left(0,\ \dfrac{3}{4}\right)$ から放物線

$$y=x^2+2ax-a^3+4a^2+9a-b+6$$

に引いた 2 本の接線が互いに直交するとき，点 $(a,\ b)$ の描く曲線を表す関数 $b=f(a)$ を求め，そのグラフの外形を描け。なお $f(a)$ の極値，および，a，b 両軸との共有点があれば，それらも図示すること。