2020年　北里大　前期

$\boxed{1}$　正の実数 x が $x-\dfrac{1}{x}=2$ を満たすとする。このとき $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ の値は $\boxed{ア}$ であり，$x^3+\dfrac{1}{x^3}$ の値の整数部分は $\boxed{イ}$ である。また，$x^4+3x^3-14x^2+4x$ の値の整数部分は $\boxed{ウ}$ となる。

$\boxed{2}$　実数 x が $0<x\leqq\dfrac{\pi}{3}$ を満たすとする。$\tan x+\dfrac{1}{\tan x}$ は $x=\boxed{エ}$ のとき最小値をとる。また，$4\sin x+\dfrac{1}{\cos x}=4\sqrt{\tan x}$ が成り立つとき，$\cos x$ の値は $\boxed{オ}$ となる。

$\boxed{3}$　整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 2 余り，$x-2$ で割ると 3 余る。$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りは $\boxed{カ}$ である。さらに $P(x)$ を $(x-1)^2$ で割ると 2 余るとすると，$P(x)$ を $(x-1)^2(x-2)$ で割ったときの余りは $\boxed{キ}$ である。

$\boxed{4}$　4 種類の数字 0，1，2，3 から重複を許して 8 個取る組合せの総数は $\boxed{ク}$ であり，
そのうち，0，1，2，3 をそれぞれ 1 個以上取るような組合せの総数は $\boxed{ケ}$ である。
また，4 種類の数字 0，1，2，3 を重複を許して使ってできる 5 桁の整数のうち，1，2，3 をそれぞれ 1 個以上使うものの総数は $\boxed{コ}$ である。

$\boxed{5}$　面積が 1 である三角形 OAB について，辺 OA を $2:1$ に内分する点を P，辺 OB を $3:2$ に内分する点を Q とおき，直線 AQ と直線 BP の交点を R とおく。三角形 OPQ の面積は $\boxed{サ}$ である。また，$\overrightarrow{OR}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OR}=\boxed{シ}\overrightarrow{OA}+\boxed{ス}\overrightarrow{OB}$ となる。直線 OR と直線 AB の交点を S とおくとき，三角形 PQS の面積は $\boxed{セ}$ となる。

$\boxed{6}$　$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{4a_n+2}{a_n+5}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。このとき $a_3=\boxed{ソ}$ である。また，$\dfrac{a_n+2}{a_n-1}=b_n$ とおくとき，b_{n+1} を b_n の式で表すと $b_{n+1}=\boxed{タ}$ となる。
$\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{チ}$ である。

$\boxed{7}$　a を 0 以上の定数とし，放物線 $y=12x^2-12$ の $a \leqq x \leqq a+1$ の部分と 3 つの直線 $y=0$，$x=a$，$x=a+1$ で囲まれた部分の面積を S とする。ただし，囲まれた部分が 2 つ以上ある場合は，それらを合計した面積を S とする。

(1)　$a=0$ のとき，S の値を求めよ。

(2)　$a \geqq 1$ のとき，S を a を用いて表せ。

(3)　S の値を最小にする a の値と，S の最小値を求めよ。