

1 次の各文の にあてはまる答えを求めよ。

(1) 2点 $A(3, 0)$, $B(5, 4)$ を通り, 点 $(2, 3)$ を中心とする円を C_1 とする。円 C_1 の半径は ア である。直線 AB に関して円 C_1 と対称な円を C_2 とする。円 C_2 の中心の座標は イ である。また, 点 P , 点 Q をそれぞれ円 C_1 , 円 C_2 上の点とすると, 点 P と点 Q の距離の最大値は ウ である。

(2) a を定数とし, 関数 $f(x) = 9^x + 9^{-x} - a(3^x + 3^{-x}) + a^2 + 1$ を考える。 $3^x + 3^{-x} = t$ とおくと, $f(x)$ を t を用いて表すと $f(x) =$ エ である。また, $a = 5$ のとき, $f(x)$ の最小値は オ であり, $a = 3$ のとき, $f(x)$ の最小値は カ である。

(3) 箱 A には赤球 2 個, 白球 3 個が入っており, 箱 B には赤球 4 個, 白球 2 個が入っている。
 (i) 各箱から 1 個ずつ球を取り出したとき, 取り出した球が 2 個とも赤球である確率は キ である。
 (ii) 各箱から 2 個ずつ球を取り出したとき, 取り出した 4 個の球のうち, 赤球がちょうど 2 個である確率は ク である。
 (iii) 1 枚の硬貨を投げて, 表が出たら箱 A から, 裏が出たら箱 B から球を 1 個取り出す。取り出した球が赤球であったとき, それが箱 A に入っていた球である確率は ケ である。

(4) $OA = 4$, $OB = 7$, $\cos \angle AOB = \frac{29}{56}$ である三角形 OAB を考え, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とおく。

このとき, $|\vec{a} - \vec{b}| =$ コ である。 $\angle AOB$ の二等分線と辺 AB の交点を P とするとき,

$\vec{OP} =$ サ $\vec{a} +$ シ \vec{b} である。また, 三角形 OAB の内心を Q とするとき, $\vec{OQ} =$ ス $\vec{a} +$ セ \vec{b} である。

2 a, b, c は定数とし, 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ が, すべての実数 x に対して

$$3f(x) - xf'(x) + 3x^2 - 15 = 0$$

を満たしているとする。

(1) a, b, c の値を求めよ。
 (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ の共有点がちょうど 2 個となるような定数 k の値をすべて求めよ。
 (3) (2) で求めた k の値のうち, 最大のものを k_1 , 最小のものを k_2 とする。また, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k_1$ の 2 つの共有点のうち x 座標が大きい方を A とし, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k_2$ の 2 つの共有点のうち x 座標が小さい方を B とする。このとき, 2 点 A, B を通る直線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。