2020 年第 I 期　麻布大

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) $5^x = 9^y = \sqrt{45}$ のとき $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) p，q を実数とする。x の 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx - 50 = 0$ が解 $3+4i$ (i は虚数単位) を持つときこの方程式の実数解は $\boxed{\text{イ}}$ であり，$p = \boxed{\text{ウエ}}$，$q = \boxed{\text{オカ}}$ である。

(3) 1 から 1000 までの自然数のうち，3 の倍数である数の個数は $\boxed{\text{キクケ}}$ 個あり，15 で割り切れる数の個数は $\boxed{\text{コサ}}$ 個である。また，15 と互いに素である数の個数は，$\boxed{\text{シスセ}}$ 個ある。

(4) 男子 5 人，女子 4 人の中から無作為に 3 人を選ぶとき，少なくとも 1 人女子が含まれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(5) $f(x) = 5 + \displaystyle\int_{-2}^{4} xf(t)\,dt$ を満たす関数 $f(x)$ は，$f(x) = \boxed{\text{テト}}x + \boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{2}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 空間内の点 A$(2,\ -1,\ 3)$，B$(5,\ 3,\ 3)$，C$(6,\ -4,\ 8)$ について

$$|\overrightarrow{AB}|=\boxed{ニ},\quad |\overrightarrow{AC}|=\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}},\quad \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\boxed{ノ}$$

である。また，△ABC の面積は，$\dfrac{\boxed{ハヒ}}{\sqrt{\boxed{フ}}}$ である。

(2) 2 直線 $3x-4y=0$，$-5x+12y=0$ のなす角の 2 等分線は，

$y=\dfrac{\boxed{ヘホ}}{\boxed{マ}}x$ または $y=\dfrac{\boxed{ミ}}{\boxed{ム}}x$ である。

(3) a，b $(a\fallingdotseq 0)$ を定数とする放物線 $y=ax(x+b)$ がある。この放物線が点 A$(2,\ 1)$ を通るとき

$b=\dfrac{1-\boxed{メ}a}{\boxed{モ}a}$ である。さらに，a が 0 以外の実数全体を動くとき，放物線の頂点の座標成分 x，y

は $y=\dfrac{x^2}{\boxed{ヤ}\left(x-\boxed{ユ}\right)}$ という関係式を満たす。

$\boxed{3}$　$f(x)=\sin x+\cos x+\cos x\sin x$ $(0\leqq x<2\pi)$ について以下の問いに答えよ。

(1)　$\sin x+\cos x=t$ とおくと $t=\sqrt{\boxed{ヨ}}\sin\left(x+\dfrac{\boxed{ラ}}{\boxed{リ}}\pi\right)$ である。

したがって，t の変域は $-\sqrt{\boxed{ル}}\leqq t\leqq\sqrt{\boxed{レ}}$ である。ただし，$0\leqq\dfrac{\boxed{ラ}}{\boxed{リ}}\pi<2\pi$

とする。

(2)　$f(x)$ を t で表した式を $g(t)$ とすると，$g(t)=\dfrac{\boxed{ロ}}{\boxed{ワ}}t^2+t-\dfrac{\boxed{ン}}{\boxed{あ}}$ である。

(3)　$f(x)$ は，$x=\dfrac{\boxed{い}}{\boxed{う}}\pi$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{え}}+\dfrac{\boxed{お}}{\boxed{か}}$，

$x=\boxed{き}\pi$，$\dfrac{\boxed{く}}{\boxed{け}}\pi$ のとき最小値 $\boxed{こさ}$ をとる。

4　以下の問いに答えよ。

[1]　初項 50 で，第 9 項から第 18 項までの和が 0 であるような等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(1)　$\{a_n\}$ の公差は $\boxed{\text{しす}}$ である。

(2)　$\{a_n\}$ の値は，第 $\boxed{\text{せそ}}$ 項から負となる。

(3)　初項からの和が最大となるのは第 $\boxed{\text{たち}}$ 項であり，最大値は $\boxed{\text{つてと}}$ である。

[2]　一般項が，$b_n=\dfrac{3n-2}{n(n+1)(n+2)}$ で表される数列 $\{b_n\}$ がある。

(1)　p，q を定数とし，数列 $\{c_n\}$ の一般項を $c_n=\dfrac{pn+q}{n(n+1)}$ と定義する。
2 つの数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ について $b_n=c_{n+1}-c_n$ $(n \geqq 1)$ が成り立つとき，
$p=\boxed{\text{なに}}$，$q=\boxed{\text{ぬ}}$ である。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和は，$\boxed{\text{ね}}$ である。解答は，下記の解答群①～⑥の中から最も適切な番号を 1 つ選び解答欄にマークせよ。

①$\dfrac{4n^2-3}{n(n+1)(n+2)}$　②$\dfrac{n^2-2n+2}{n(n+1)(n+2)}$　③$\dfrac{n^3-1}{(n+1)(n+2)}$

④$\dfrac{n^2}{(n+1)(n+2)}$　⑤$\dfrac{n^2-2n+2}{(n+2)(n+3)}$　⑥$\dfrac{4n^2-3}{(n+2)(n+3)}$