2020/2/1　岡山理科大

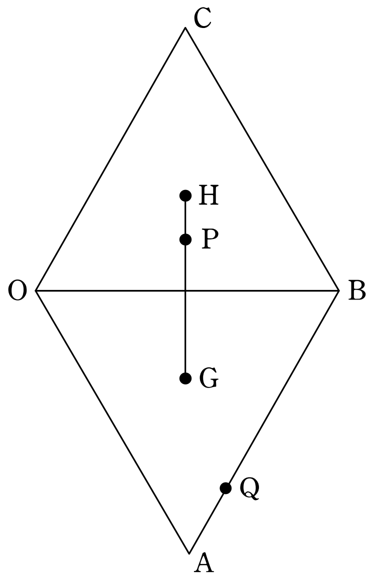
$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

(1)　2 進法で表された $110_{(2)}$ を 10 進法で表せ。

(2)　10 進法で表された分数 $\dfrac{23}{32}$ を 2 進法の小数で表せ。

(3)　3 進法で表された $2020_{(3)}$ を n 進法で表すと $220_{(n)}$ になるとする。このとき，n の値を求めよ。ただし，n は 2 以上の整数とする。

$\boxed{2}$　右図の $\triangle\mathrm{OAB}$，$\triangle\mathrm{OBC}$ はどちらも一辺の長さが 1 の正三角形であるとし，それぞれの重心 G，H を結ぶ線分 GH を $t:(1-t)$ に内分する点を P とおく $(0<t<1)$。また，辺 AB を $s:(1-s)$ に内分する点を Q とおく $(0<s<1)$。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\vec{q}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ として，次の問いに答えよ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2)　$\vec{p}$ および $\vec{q}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(3)　$|\vec{q}|^2$ および $2\vec{p}\cdot\vec{q}$ を s，t を用いて表せ。

(4)　s が与えられたとき，等式 $|\vec{q}|^2=2\vec{p}\cdot\vec{q}$ が成り立つような t を s の式で表せ。

$\boxed{3}$　n を正の整数とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{360}{n^2}$ が整数となるような n をすべて求めよ。

(2)　$\tan\dfrac{\pi}{n}$ が定義でき，$\tan\dfrac{\pi}{n}=\sin\dfrac{2\pi}{n}$ が成り立つような n をすべて求めよ。

(3)　$\sqrt{n^2+11n-8}$ が整数となるような n をすべて求めよ。

4　定数 $k>0$ に対し，x の関数 $f(x)$ に関する等式

$$f(x)=x+k\int_0^1\{f(t)\}^2dt \quad \cdots\cdots (※)$$

を考える。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ が (※) を満たすとし，$a=k\int_0^1\{f(t)\}^2dt$ とおく。このとき，(※) は $f(x)=x+a$ と表すことができる。このことを用いて，$\int_0^1\{f(t)\}^2dt$ を a の式で表せ。

(2)　(※) を満たす関数 $f(x)$ がただ 1 つ存在するような k の値を求めよ。

(3)　(2) で求めた k に対して，(※) を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

5　次の問いに答えよ。

(1)　導関数の定義に従って，$f(x)=x^5$ の導関数を求めよ。

(2)　半径 10，面積 $\dfrac{25}{3}\pi$ の扇形の中心角 θ および弧の長さ ℓ を求めよ。

(3)　$x \fallingdotseq 0$，$y \fallingdotseq 0$，$z \fallingdotseq 0$ とする。$3^x=7^y=21^z$ のとき，等式 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{z}$ が成り立つことを示せ。