

1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式  $|2x+1| > 9$  を解け。
- (2) 不等式  $|x| > 2|x+3|$  を解け。
- (3) 方程式  $|x-3| = \sqrt{5x+9}$  を解け。

2 数直線上を動く点  $P$  が原点の位置にある。1 個のさいころを投げ、出た目の数を  $x$  とする。 $x$  が奇数のときには  $P$  は正の向きに  $x$  だけ進み、 $x$  が偶数のときには  $P$  は負の向きに  $\frac{x}{2}$  だけ進むものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 1 回投げたとき、点  $P$  の座標が偶数である確率を求めよ。
- (2) 2 回続けて投げたとき、点  $P$  の座標が偶数である確率を求めよ。
- (3) 3 回続けて投げたとき、点  $P$  の座標が奇数である確率を求めよ。
- (4)  $n$  回続けて投げたとき、点  $P$  の座標が偶数である確率を  $E_n$ 、奇数である確率を  $O_n$  で表すとすると ( $n=1, 2, 3, \dots$ )。  $E_{n+1}$  を  $aE_n + bO_n$  ( $a, b$  は実数) の形で表せ。

3 3 辺の長さがすべて素数であるような  $\triangle ABC$  がある。辺  $BC$ 、辺  $CA$ 、辺  $AB$  の長さをそれぞれ  $a$ 、 $b$ 、 $c$  とし、 $\angle C = \theta$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a=5, b=3, c=5$  であるとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (2)  $a=2, \cos \theta = \frac{1}{3}$  であるとき、 $b, c$  の組 ( $b, c$ ) を求めよ。
- (3)  $a=3, -\frac{5}{8} < \cos \theta < -\frac{11}{18}$  であるとき、 $b, c$  の組 ( $b, c$ ) を求めよ。

4  $n$  を整数とすると、3 次式

$$P(x) = x(x+1)(x+2) - n(n+1)(n+2)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1)  $P(x)$  を  $x-n$  で割ったときの商と余りを求めよ。
- (2)  $n=3$  のとき、方程式  $P(x)=0$  の 3 つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とする。このとき、 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$  の値を求めよ。
- (3) 方程式  $P(x)=0$  の 3 つの解がすべて実数であるような整数  $n$  をすべて求めよ。

5 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  を考える。

$$a_1 = 4, a_{n+1} = 16a_n^3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $b_n = \log_2 a_n$  とおくと、 $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3)  $P_n = a_1 a_2 \cdots a_n$  とおくと、数列  $\{P_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4)  $P_n > 10^{100}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。