麻布大 2019 第 2 期

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 恒等式 $\dfrac{8}{x(x^2-1)}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{x+1}+\dfrac{c}{x-1}$ が成立しているとき $a=\boxed{アイ}$，$b=\boxed{ウ}$，$c=\boxed{エ}$ である。

(2) $(\sqrt{2})^{\log_2 3}=\sqrt{\boxed{オ}}$ である。

(3) $\log_{10}2=0.3010$ とするとき，20^{19} は $\boxed{カキ}$ 桁の数である。

(4) 座標平面上の直線 $x-2y+3+k(x-y-1)=0$ は，実数 k の値によらず定点 $(\boxed{ク},\ \boxed{ケ})$ を通る。

(5) サッカー部の 3 選手 A，B，C のフリーキックの成功率は，それぞれ $\dfrac{5}{6}$，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{8}{9}$ である。3 選手がそれぞれ 1 回ずつフリーキックを行うとき，A，B，C ともフリーキックが成功する確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ であり，A，B，C のうち少なくとも 1 選手が成功する確率は，$\dfrac{\boxed{シスセ}}{\boxed{ソタチ}}$ である。

(6) 5 つの正の数から成るデータ 9，12，8，11，x がある。分散が 6 であるとき $x=\boxed{ツ}$ または $x=\boxed{テト}$ である。

(7) $\cos\theta+\cos 3\theta+\cos 5\theta=0$ の解は，$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲に $\boxed{ナニ}$ 個存在する。

(8) 平面内の 2 つの曲線 $y=x(a-x)$，$y=x^2(a-x)$ によって囲まれる 2 つの部分の面積が互いに等しくなるような定数 a の値は，$a=\boxed{ヌ}$ である。ただし，$a>1$ とする。

(9) 3 % の食塩水が 912 g ある。これに食塩を加えて食塩水の濃度が 4 % 以上 5 % 以下になるようにするとき加える食塩の量 x (g) は，$\boxed{ネ}.\boxed{ノ}\leqq x\leqq\boxed{ハヒ}.\boxed{フ}$ である。

(10) 1 時間ごとに細菌 A の菌数を計測したところ，培養を開始してから t 時間後 $(t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ の菌数 $G(t)$ について以下の計算式が得られた。

$$G(t)=10+10\sum_{k=0}^{t}k\cdot 2^{k-1}$$

この式を $\sum$ 記号を用いずに表すと，$G(t)=\boxed{ヘホ}+\boxed{マ}(t-1)\cdot\boxed{ミ}^{t+1}$ となる。

$\boxed{2}$ 中身が見えない 2 つの袋 A，B があり，A には赤球 6 個と白球 5 個が，B には赤球 5 個と白球 6 個が入っている。以下の問いに答えよ。

[1]

(1) A から続けて 1 個ずつ 2 個の球を取り出すとき， 2 回とも赤球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{ム}}{\boxed{メモ}}$ であり，1 回目に赤球，2 回目に白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユヨ}}$ である。また，2 回とも白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{ラ}}{\boxed{リル}}$ である。

(2) 袋 A から球を無作為に 1 個取り出して B に入れ，つぎに袋 B から球を 1 個を取り出す。続けて A から再び球を無作為に 1 個取り出して B に入れ，つぎに B から球を 1 個取り出す。このとき B から取り出した球が 2 つとも赤球である確率は $\dfrac{\boxed{レロワ}}{\boxed{ンあいう}}$ である。

[2] A から無作為に球を 2 個取り出して B に入れ，つぎに B から球を 2 個取り出す。このとき B から取り出した球が 2 つとも赤球である確率は，$\dfrac{\boxed{えおか}}{\boxed{きくけ}}$ である。

$\boxed{3}$

[1] 空間内に 2 つの定点 S(1, 0, 0)， T(0, 1, 0) と位置ベクトルが実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(t,\ t,\ 1-t)$ と表される動点 P がある。t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき線分 SP+TP の長さが最小となる P の座標とその最小値はそれぞれ

$$\mathrm{P}\left(\frac{\boxed{こ}}{\boxed{さ}},\ \frac{\boxed{し}}{\boxed{す}},\ \frac{\boxed{せ}}{\boxed{そ}}\right),\ \mathrm{SP}+\mathrm{TP}=\frac{\boxed{た}\sqrt{\boxed{ち}}}{\boxed{つ}}$$

である。

[2] 空間内に 4 つの定点 A(2, 0, 0)，B(0, 3, 0)，C(0, 0, 1)，D(3, 2, 0) が与えられている。点 Q が線分 CD 上を動くとき，線分 AQ＋BQ の長さが最小となる Q の座標とその最小値はそれぞれ

$$\mathrm{Q}\left(\frac{\boxed{て}}{\boxed{と}},\ \boxed{な},\ \frac{\boxed{に}}{\boxed{ぬ}}\right),\ \mathrm{AQ}+\mathrm{BQ}=\frac{1}{\boxed{ね}}\left(\sqrt{\boxed{の}}+\sqrt{\boxed{はひ}}\right)$$

である。

$\boxed{4}$ 4 点 A，B，C，D を頂点とし，辺の長さが AC＝AD＝BC＝BD＝6，CD＝8 であるような四面体がある。辺 CD の中点を M とし，M から AB に下ろした垂線と AB との交点を N とする。以下の問いに答えよ。

(1) AB$=x$ としたとき，$\mathrm{AM}^2=\boxed{\text{ふへ}}$，$\mathrm{MN}^2=\boxed{\text{ほま}}-\dfrac{x^2}{\boxed{\text{み}}}$ である。

(2) △ABM の面積は，$\dfrac{x}{\boxed{\text{む}}}\sqrt{\boxed{\text{めも}}-x^2}$ である。ただし，$0<x<\boxed{\text{や}}\sqrt{\boxed{\text{ゆ}}}$ とする。

(3) 四面体の体積 V は，

$$V=\frac{\boxed{\text{よ}}}{\boxed{\text{ら}}}x\sqrt{\boxed{\text{りる}}-x^2}\quad\left(0<x<\boxed{\text{や}}\sqrt{\boxed{\text{ゆ}}}\right)$$

と表せる。V は $x=\boxed{\text{れ}}\sqrt{\boxed{\text{ろわ}}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{\text{んが}}}{\boxed{\text{ぎ}}}$ をとる。